INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen consta de dos opciones, A y B.
El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta.
No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN **A**

1. (2 puntos). Se consideran la recta $r:\begin{cases} x-y=0 \\ x+2y+3z=0 \end{cases}$ y el punto $P(1,1,1)$. Dado el punto $Q(0,0,0)$ de r, hallar todos los puntos A contenidos en r tales que el triángulo de vértices A, P y Q tenga área 1.

2. (2 puntos). a) (1,5 puntos). Calcular la ecuación general del plano π_1 que contiene a la recta

$$\text{r: } \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=-1+2\lambda \\ z=\lambda \end{cases}$$

y es perpendicular al plano $\pi_2 : 2x+y-z=2$.

b) (0,5 puntos). Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π_1 y π_2.

3. (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+ky+k^2z=1 \\ x+ky-kz=k^2 \\ -x+ky-k^2z=k^2 \end{cases}$$

a) (2 puntos). Discutirlo según los distintos valores de k.
b) (1 punto). Resolverlo para $k=-1$.

4. (3 puntos). a) (1 punto). Si f es una función continua, obtener $F'(x)$ siendo:

$$F(x)=\int_0^x (f(t)+t^2+t^3)\,dt$$

b) (2 puntos). Si $f(1)=1$ y además $\int_0^1 f(t)\,dt=1$, hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $F(x)$ en el punto $(1,F(1))$.

OPCIÓN **B**

1. (2 puntos). Dada la función $f(x) = 6x^2 - x^3$, se pide:
   a) (1 punto). Hallar un valor $a>0$ tal que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a,f(a))$ sea paralela a la recta $y = -15x$.
   b) (1 punto). Hallar el área de la región acotada limitada por la gráfica de f y la parte positiva del eje OX.

2. (2 puntos). Obtener el valor de k sabiendo que:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x}\right)^{kx+5} = e^2$$

3. (3 puntos). Se consideran el punto $P(1,0,1)$, la recta:

$$r:\ \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$$

   y el plano $\pi : x + y + z = 0$. Se pide:
   a) (1,5 puntos). Obtener el punto P', simétrico de P respecto del plano π.
   b) (1,5 puntos). Determinar la ecuación de la recta s que contiene al punto P, corta a la recta r y es paralela al plano π.

4. (3 puntos). Dada la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \lambda \\ 2 & -\lambda & 1 \\ 2\lambda & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

   a) (1,5 puntos). Determinar el rango de M según los valores del parámetro λ.
   b) (1,5 puntos). Determinar para qué valores de λ existe la matriz inversa de M. Calcular dicha inversa para $\lambda = 0$.

MATEMÁTICAS II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

1. Planteamiento: 1 punto.
   Resolución: 1 punto.

2. Apartado a): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.
   Apartado b): 0,5 puntos.

3. Apartado a): Cálculo de los valores de k, 1 punto. Discusión del sistema, 1 punto.
   Apartado b): 1 punto.

4. Apartado a): 1 punto.
   Apartado b): 2 puntos.

OPCIÓN B

1. Apartado a): 1 punto.
   Apartado b): 1 punto.

2. Cálculo del límite en función de k, 1,5 puntos.
   Cálculo de k: 0,5 puntos.

3. Apartado a): Cálculo de la proyección de P sobre π, 0,75 puntos. Cálculo de P', 0,75 puntos.
   Apartado b): Planteamiento, 1 punto. Resolución, 0,5 puntos.

4. Apartado a): 1,5 puntos.
   Apartado b): Cálculo de los valores de λ, 0,5 puntos. Cálculo de la matriz inversa, 1 punto.